

# OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

## Faza LOCALĂ

11 februarie 2012

### Clasa aVIII-a

#### Subiectul 1.

- a) Să se ordoneze crescător numerele:

$$-1, x, 1, \frac{1}{x}, x^2 \text{ și } x^3 \text{ unde } x \in \mathbb{R}^*.$$

- b) Determinați valoarea maximă a raportului:

$$\frac{2012x^2 - 8048x + 12075}{x^2 - 4x + 6}, \quad x \in \mathbb{R}$$

#### Subiectul 2.

- a) Să se arate că oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}$ , numărul  $n^3 - n$  este divizibil cu 6.

- b) Dacă  $x, y \in (0, 1)$  să se demonstreze că  $|x - y| < 1$ .

#### Subiectul 3.

Fie patru puncte necoplanare  $A, B, C$  și  $D$  astfel încât  $AB = BC = CA = DA = DB = DC$ . Să se arate că mijloacele fiecărei perechi de segmente necoplanare determină trei segmente concurente și congruente iar lungimea fiecărui segment reprezintă distanța dintre respectivele segmente necoplanare.

#### Subiectul 4.

Un triunghi isoscel  $ABC$ , de bază  $BC$ , se proiectează pe un plan  $\alpha$  după triunghiul dreptunghic  $A'BC$ . Să se demonstreze că triunghiurile  $ABC$ ,  $A'BC$ ,  $AA'D$  și  $AA'C$  nu pot avea simultan lungimile laturilor exprimate în numere naturale.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru: 3 ore.